**Otázky k opakování: Signál**

1. Z pohledu dělení byste mohli zařadili signál z digitálního teploměru, který odečítá teplotu každých 5 minut:
   1. finitní
   2. ~~infinitní~~
   3. kauzální
   4. ~~nekauzální~~
   5. ~~determinovaný - periodický~~
   6. determinovaný – neperiodický (den/noc, roční období)
   7. ~~harmonický~~
   8. ~~neharmonický~~
   9. ~~náhodný - stacionární~~
   10. náhodný – nestacionární (aprílové počasí)
   11. ~~ergodický~~
   12. neergodický
   13. ~~spojitý v čase~~
   14. diskrétní v čase
   15. ~~spojitý v amplitudě~~
   16. kvantizovaný
   17. ekvidistatntně vzorkovaný
2. Jaký vzorkovací kmitočet má signál vzorkovaný každou milisekundu?

*T*s=0.001 ms → *f*s=*T*s-1=1/0.0001= 1 000 Hz

1. Signál byl vzorkovaný od času *t*=0 frekvencí *f*s=200 Hz.
   1. Jakému času odpovídá 1 000. vzorek? *t*k= k/*f*s=1000/200=5 s
   2. Kolik bylo zachyceno vzorků v čase 10,65 s? *k*=*t*k\**f*s=10,65\*200= 2130
2. Co je Nyquistův–Shannonův vzorkovací teorém?

K zachycení harmonické složky o frekvenci *f*max musíme průběh vzorkovat více než dvojnásobnou frekvencí:

*f*s>2*f*max

1. Napište alespoň dvě výhody digitálního a analogového signálu

Digitální:

Datová řada

Strojové zpracování

Snadný převod mezi analogem a digitálem (A/D, D/A)

Zpracování/analýza je numerická

Ukládání a komprese

Odolnost proti rušeníAnalog:

Nepřicházíme o informaci

Spojitý čas

Zpracování v reálném čase

1. Jak se v MATLAB generujte a přehraje komorní A (440 Hz) o délce trvání 5s

f0=440;

fs=1000;

T=5;

t=linspace(0,T,T\*fs);

A=sin(2\*pi\*f0\*t);

sound(A,fs)

**Otázky k opakování: Fourierova transformace**

1. Pro jednotlivé podtypy Fourierovy transformace (FT) uveďte vlastnosti signálu a spektra (spojitost, periodicita):

* Obecná FT: spojitý neperiodický signál, spojité neperiodické spektrum
* Fourierovy řady: spojitý periodický signál, diskrétní neperiodické spektrum
* Diskrétní v čase FT: diskrétní neperiodický signál, spojité periodické spektrum
* Diskrétní FT: diskrétní periodický signál, diskrétní periodické spektrum

1. Uveďte vztahy pro výpočet dopředné a zpětné Fourierovi transformace signálu z(t) a z[n], detailně rozepište úhlový kmitočet omega.

Obecná FT:

Diskrétní FT:

1. Jaká bude vzdálenost mezi spektrálními čarami (Δ*f*) signálu délce 1024 vzorků a vzorkovacím kmitočtu 512 Hz.

Δ*f*=*f*s/*N*=512/1024=0.5 Hz

1. Dokreslete spektrum reálného diskrétního signálu i mimo interval 0-*f*s/2











1. Vysvětlete pojem aliassing a jak se mu bránit.

Při nedodržení vzorkovacího teorému jsou všechny frekvenční složky nad fs/2 po navzorkování ozrcadleny (přičteny) pod fs/2. Vzorkovaný signál je tak zkreslen. Řešení: omezení frek. pásma analogovou dolní propustí s mezním kmitočtem <fs/2 před samotným vzorkováním.

1. Jak v MATLAB spočítáte normalizované spektrum signálu x se vzorkovacím kmitočtem fs? Definujte také vektor f obsahující frekvenci odpovídající vektoru spektra X. Spočtěte magnitudu Xm a fázi Xphi.

X=(1/length(x))\*fft(x);

Xm=abs(X);

Xphi=angle(X);

f=linspace(0,fs-fs/length(X),length(X));

**Otázky k opakování: Výkonová spektrální hustota**

1. Ze signálu o délce *N*=500 vzorků a vzorkovacím kmitočtu *f*s=256 Hz bylo spočteno spektrum *X*[*f*]. Zahustěte spektrum tak tak, aby spektrální rozlišení bylo Δ*f=*0.5 Hz. Popište postup.

vzorků. Spektrum musí být počítáno ze signálu délky 512 vzorků.

Signál délky *N* doplníme nulami do délky *M* tj. za signál přidáme dvanáct (*M*-*N*) nul.

1. Jak vzniká prosakování ve spektru? Jakým způsobem se dá potlačit?

Nedodržením periodicity signálů, začátek a konec signálu na sebe nenavazují. Použijeme váhovací okno (Hanning, Hamming, apod.)

1. Proč po váhování signálu oknem dochází k rozmazání spektrálních čar?

Váhovací okno je složeno z více harmonických složek. Násobením signálu s harmonickými složkami okna dochází k heterodynnímu směšování.

1. Jak se změní spektrum signálu doplněný nulami?

Počet spektrálních čar v intervalu 0-*f*s odpovídá počtu vzorků v signále. Dojde tedy k zahuštění spektra (interpolaci spektra). Spektrum neobsahuje více informací oproti původnímu signálu. Je zachována Parsevalova rovnost, proto zahuštěné spektrum má menší magnitudu oproti nezahuštěnému spektru.

1. V MATLAB vytvořte vektor indexů časové segmentace s překryvem. Doba trvání signálu je *T*=10 s, vzorkovací kmitočet *fs*=1.000, segmentační okno *w*=0.5 s, překryv je okna *n*=80 %.
   1. jaké bude časové rozlišení (krok mezi okny)? ... sekund, ... vzorků
   2. kolik vznikne segmentačních oken?
   3. v MATLAB vytvořte vektor indexů odkazující na první vzorek segmentačního okna

*N*=*T*×*f*s=10×1.000=10.000

*Nwin*=w×*f*s =0.5×1.000=500

*Nnoverlap= Nwin*×*n*=500×0.8=400

1. *Nwin- Nnoverlap*=500-400=100 vzorků, tj. 100/ *f*s=0.1 s (100 ms)
2. (*N-Nwin*)*/*( *Nwin- Nnoverlap*)+1=9.500/100+1=96 segmentů
3. idx=1:Nwin-Nnoverlap:N-Nwin+1;
4. Popište postup výpočtu odhadu výkonové spektrální hustoty

segment signálu

váhování oknem

doplnění nulami (nepovinné)

fft

kvadrát modulu spektra – tj. PSD

průměr PSD přes všechny segmentyseg=signal(idx(i):idx(i)+Nwin-1);

seg=seg.hann(length(seg));

seg=[seg(:); zeros(M-N,1)];

S=fft(seg);

psd(:,i)= (1/length(seg))\*abs(S).^2;

PSD=mean(psd,2);

1. Signál *x* je vzorkován *f*s=1024 Hz. Zvolte segmentační parametry (okno, překryv), aby spektrální rozlišení bylo lepší než Δ*f=*4 Hz a časové rozlišení Δ*t*=125 ms.

vzorků (tj. segmentační okno musí být delší než 0,25 s)

vzorků (tj. *Nnoverlap*/*Nwin*>50%)

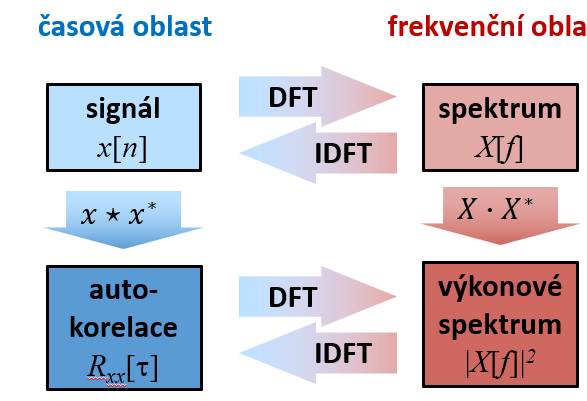
**Otázky k opakování: Korelace a LTI**

1. Napište vzorec vychýlené i nevychýlené křížové korelace, vysvětlete princip a účel korelace.

Vychýlená: Nevychýlená:

Autokorelace reprezentuje vzájemnou „energii“ (s ponechaným znamínkem) dvojice signálů v závislosti na vzájemném časovém posunu *m* mezi signály. Korelací lze zjistit zpoždění mezi signály a podobnost dvou signálů.

1. Jak vypadá autokorelační funkce šumového signálu. Nakreslete graf a popište osy.
2. Nakreslete a popište vztahy uvnitř DSP čtyřúhelníku pro signál *x*[*n*]



1. Vysvětlete pojmy:
   1. Kauzalita (na vstup systému navazuje výstup)
   2. Linearita systému (platí princip superpozice)
   3. Časová invariance (systém je v čase neměnný)
2. Co je impulzní odezva systému? Popište v časové i frekvenční oblasti, využijte věty o konvoluci a Fourierově transformaci

Impulzní odezva je výstup systému po průchodu jednotkového impulzu. Jednotkový impulz, tj. diskrétní nulový signál s jedním jedničkovým vzorkem, jehož spektrum je rovnoměrné. Spektrum impulzní odezvy odpovídá přenosové charakteristice systému. Konvoluce v čase odpovídá násobením ve spektru, proto *Y*[f]=*h*[f] x 1.

1. Spočítejte cyklickou konvoluci x[n] a y[n], kde

x[n]= 1 2 3 0 -1 -2 0 5 -5

y[n]= -1 0 1

x[n]\*y[n]= -2 2 4 2 -1 -7 5 4 -7

1. Jaký je rozdíl mezi impulzní odezvou a odezvou na jednotkový skok?

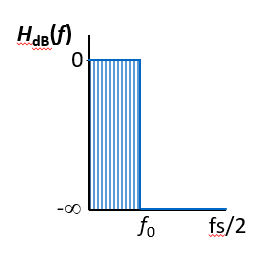
Impulzní odezva je odpověď systému na jednotkový impulz, jednotkový skok je odpovědí na skokovou změnu vstupu z 0 na 1. Derivaci/diferencí odpovědi na jednotkový skok získáme impulzní odezvu.

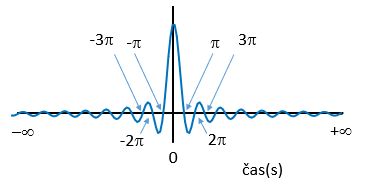
**Otázky k opakování: FIR**

1. Co znamená zkratka FIR? Jak souvisí řád filtru, koeficienty filtru a délka impulzní odezvy

FIR – finite impulse response (konečná impulzní odezva)

Po průchodu jednotkového impulzu LTI systémem se na jeho výstupu objeví impulzní odezva konečné délky M+1, kde M je řád filtru. Koeficienty filtru odpovídají impulzní odezvě, tj. konvoluční masce.

1. Označte správné tvrzení o FIR filtrech
   1. Struktura filtru obsahuje pouze dopředné vazby
   2. Struktura filtru obsahuje pouze zpětné vazby
   3. Struktura může obsahovat dopředné i zpětné vazby
   4. Lineární zpoždění je v případě symetrické/antisymetrické impulzní odezvy
   5. Lineární zpoždění je v případě nesymetrické impulzní odezvy
   6. Zpoždění se kompenzuje posunem výstupu o polovinu řádu filtru
   7. Zpoždění lze kompenzovat **pouze** pomocí zero-pahase filtering (filtfilt)
   8. Řády filtrů se pohybují v desítkách až stovkách
   9. Řády filtrů se pohybují v jednotkách
2. Nakreslete a matematicky zapište sinc() funkci. Nakreslete i její spektrum. 



1. Pomocí sinc() funkce navrhněte digitální filtr typu horní propust (HP) řádu M=20, jehož mezní kmitočet *f*0=20 Hz a vzorkovací kmitočet *f*s=50 Hz. Zapište v MATLAB kódu.

M=20; f0=20; fs=50;

t=linspace(-(M/2)/fs,(M/2)/fs,M+1); % časová osa

sinc=sin(2\*pi\*f0\*t)./(2\*pi\*f0\*t); % sin(wt)/(wt)

sinc(M/2+1)=1; % lim(t=0)=1

A=fs/(2\*f0); % korekce zesílení

sinc=sinc/A;

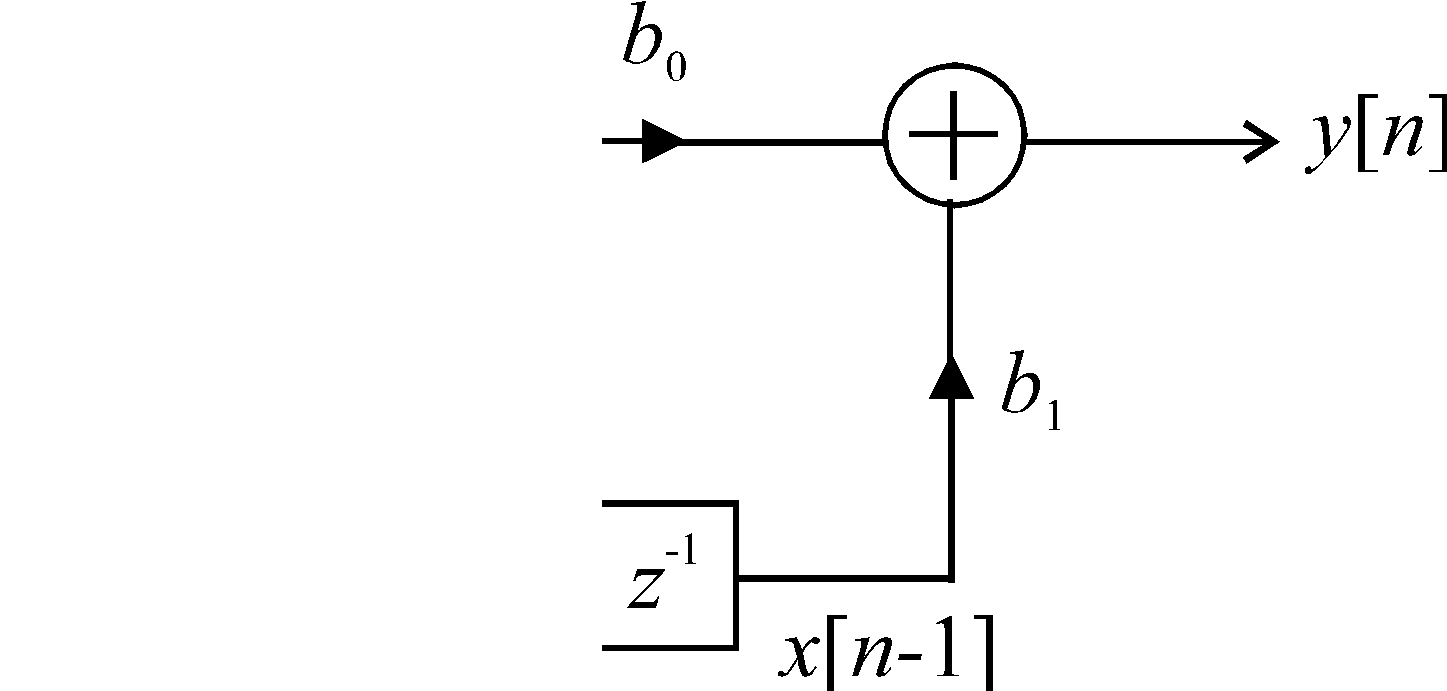
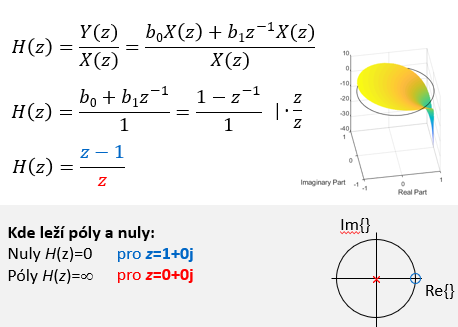
sinc=sinc.\*hamming(length(sinc))'; % převážení oknem, DP

d=zeros(1,length(sinc));

d(M/2+1)=1; % jednotkový impulz

b=d-sinc; % impulz-BP=HP

1. Zakreslete do mřížkové struktury FIR diferenciátor, zapište jeho diferenční rovnici, pomocí z-transformace nalezněte pozici nul a pólů a odhadněte přenosovou charakteristiku.



***y*[*n*]= *x*[*n*] - *x*[*n-*1]**

***Y*(*z*)=*b*0*X*(*z*)*+b*1*z*-1*X*(*z*)**

***b*0=1 *b*1=-1**



**Otázky k opakování: IIR**

1. Co znamená zkratka IIR? Jak souvisí řád filtru, koeficienty filtru a délka impulzní odezvy

IIR – infinite impulse response (nekonečná impulzní odezva)

Po průchodu jednotkového impulzu LTI systémem se na jeho výstupu objeví impulzní odezva, která je nekonečná, protože systém obsahuje zpětné vazby vracející výstup opět na vstup. U stabilních systémů je imp. odezva tlumená. Řád IIR filtru definuje počet zpětnovazebních větví ak.

1. Označte správné tvrzení o IIR filtrech
   1. Struktura filtru obsahuje pouze dopředné vazby
   2. Struktura může obsahovat pouze zpětné vazby
   3. Struktura může obsahovat dopředné i zpětné vazby
   4. Lineární zpoždění je v případě symetrické/antisymetrické impulzní odezvy
   5. Lineární zpoždění je v případě nesymetrické impulzní odezvy
   6. Zpoždění se kompenzuje posunem výstupu o polovinu řádu filtru
   7. Zpoždění lze kompenzovat **pouze** pomocí zero-pahase filtering (filtfilt)
   8. Řády filtrů se pohybují v desítkách až stovkách
   9. Řády filtrů se pohybují v jednotkách
2. Zakreslete modul přenosové charakteristiky pro horní propust čtveřice nejpoužívanějších aproximací IIR filtrů. Popište základní vlastnosti filtrů (zvlnění, strmost, doba tlumení impulzní odezvy).

**Eliptické Chebyshev Chebyshev Butterworth**

**(Cauerovi) Typ I Typ II**





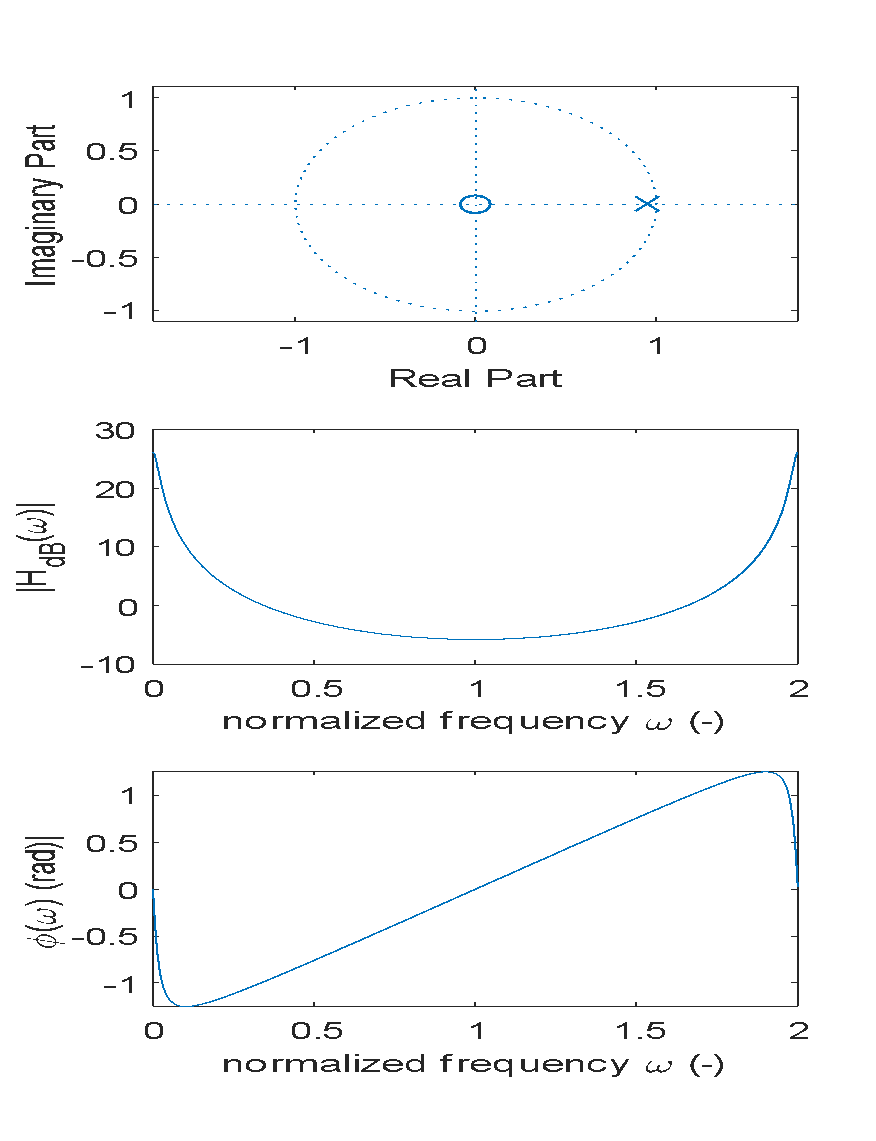
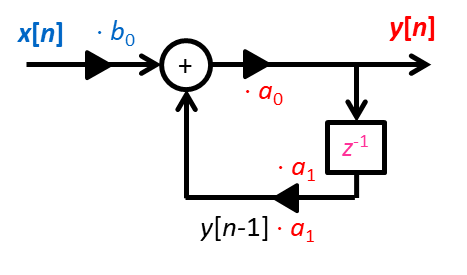


Nejstrmější Strmý Strmý Maximálně plochý

Nejdéle kmitá Středně kmitá Středně kmitá Nejméně kmitá

Zvlněný v obou Zvlněný v propustném Zvlněný v zádržném Plochý

1. Zakreslete do mřížkové struktury IIR sumátor s integrační konstantou *k*, zapište jeho diferenční rovnici, pomocí z-transformace nalezněte pozici nul a pólů a odhadněte přenosovou charakteristiku.



*; ;*

1. Jak se kompenzuje nelineární zpoždění filtrů. Blokově zakreslete postup. Jaké jsou výhody a nevýhody metody?

Zero-phase filtering, v MATLAB filtfilt

signál -> IIR filtrace -> otečení signálu v čase -> IIR filtrace -> otečení signálu v čase

V: ruší fázový posun, dvojnásobný útlum filtru (dvojnásobná filtrace)

N: impulzní odezva filtru před i za impulzem, výpočetní náročnost

1. Popište autoregresní modelování známé též jako filtr lineární predikce.

Hledá se takový IIR filtr, jehož přenosová charakteristika odpovídá spektru signálu. S vyšším řádem modelu (více rezonátorů) je možné lépe popsat spektrum signálu. Impulzní odezva nalezeného filtru pak odpovídá vstupnímu signálu.

**Otázky k opakování: Převzorkování, Hilbertova tr., obálka**

1. Co je decimace? Co je decimační faktor? Popište kroky implementace.

Decimace: Snížení vzorkovacího kmitočtu.

Faktor: Celočíselný poměr mezi původním a novým (nižším) vzorkovacím kmitočtem

Implementace: 1) Antia-aliasing filtrace (DP) s mezním kmitočtem f0<fsnew/2;

2) výběr každého k-tého vzorku, kde *k* je decimační faktor

1. Co je interpolace? Co je interpolační faktor? Popište kroky implementace.

Interpolace: Zvýšení vzorkovacího kmitočtu.

Faktor: Celočíselný poměr mezi novým (vyšším) a původním vzorkovacím kmitočtem

Implementace: 1) Mezi dva vzorky původního signálu vložíme k-1 nul, kde k je faktor

2) Signál přefiltrujeme DAC dolní propustí kompenzující ztrátu energie nad DAC mezním kmitočtem

1. Jaký by měl být největší faktor a proč? Jak byste vyřešili převzorkování faktorem 24x.

k<10, u většího faktoru je problém s návrhem dostatečně strmého anti-aliasing / DAC filtru

pro k=24 rozdělíme převzorkování do více kroků <10: *k*=4x6 nebo 3x8

1. Napište postup převzorkování interpolačním s faktorem *k*=1.75.
2. Interpolujeme 7x
3. Decimujeme 4x
4. Co je Hilbertova transformace a k čemu lze použít?

Transformace posouvající harmonických složek π/2, což vede ke změně reálného signálu na komplexní spirálu. Z oboustranného spektra reálného signálu vznikne signál s jednostranným spektrem.

* Absolutní hodnota odpovídá obálce signálu
* Fázová složka mezi vzorky odpovídá okamžité frekvenci signálu.

1. Vyjmenujte základní metody výpočtu obálky reálného signálu:

* absoltní hilbertova obálka
* vyhlazení okamžité intenzity signálu pomocí DP (FIR moving average, IIR integrátor)
* Teagerův energetický operátor

**Otázky k opakování: Parametrizace**

1. Vyjmenujte alespoň tři parametry popisující rozkmit amplitudy.

Intenzita, energie, směrodatná odchylka, inter-kvartil rozsah, |min-max|

1. Vyjmenujte alespoň tři parametry popisující dominantní frekvenci signálu

Maximální spektrální čára, zero-crossing, mediánová frekvence, 1. spektrální moment, okamžitá frekvence Hilbertovi transformace

1. Napište parametry pro popis stochastického signálu a vysvětlete pojmy:

s normální distribucí:

střední hodnota: průměrná hodnota = stejnosměrná složka

směrodatná odchylka: průměr kvadrátu odchylek od stejnosměrné složky (energie signálu bez stejnosměrné složky)

s nenormální distribucí:

modus: nejčastěji se vyskytující hodnota

medián: hodnota, která rozděluje distribuce na dvě stejně velké (početné) části *p*0.5

percentily: kvartily (*p*0.25, *p*0.75 / *q*1, *q*3 ), decily (*p*0.1 ... *p*0.9 / *d*1, *d*9), mezikvartilový rozsah (*p*0.75 - *p*0.25 / *q*3-*q*1)

strmost/šikmost: převaha nižších/vyšších hodnot nad vyššími/nižšími

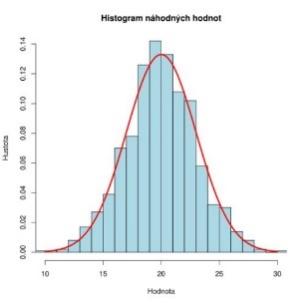
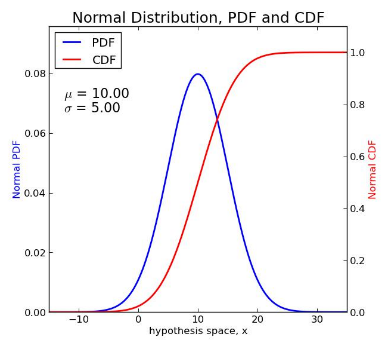
1. Jak spolu souvisí histogram, hustota pravděpodobnosti a kumulativní distribuční funkce?

Histogram znázorňuje distribuci měřené veličiny s konečným počtem prvků, které jsou rozděleny do stejně velkých intervalů. Počet prvků v intervalech je znázorňován v podobě sloupcového grafu.

Histogram je diskrétní aproximací distribuční funkce (hustoty pravděpodobnosti), která spojitě vykresluje pravděpodobnost výskytu měřené veličiny.

Kumulativní distribuční funkce je integrálem hustoty pravděpodobnosti z leva a určuje, kolik procent z proměnných leží pod konkrétní hodnotou proměnné.

Histogram + hustota pravděpodobnosti hustota p. + kumulativní d. funkce

1. V MATLAB pseudokódu napište postup pro výpočet počtu průchodů nulou

odečtení stejnosměrné složky

polarita + kladná nula

počet sestupných a náběžných hranx=x-mena(x);

x=sign(x); x(x==0)=1;

n=sum(diff(x)~=0);

1. V MATLAB pseudokódu napište postup výpočtu mediánové frekvence

Jednostranné absolutní spektrum

Kumulativní distribuční funkce

MediánN=length(x);

X=abs(fft(X))/N; F=linspace(0,N-fs/N,N)

X=X(1:end/2); F=F(1:end/2)

CDF=cumsum(X)/sum(X);

Fmed=F(find(CDF>=0.5,1));

1. Slovně popište algoritmus detekce R-špiček v EKG signálu

Filtrace 1-45 Hz

Zvýraznění rychlých změn diferenciací

Energie diferencovaného signálu

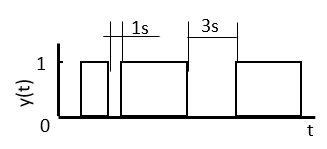
Výpočet energetické obálky dif. signálu

Prahování obálky, určení ROI s R-špičkou

Určení začátků a konců úseků ROI

Procházení ROI a nalezení lokálních maxim ve filtrovaném EKG signálu.

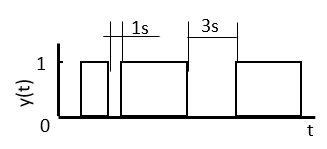
1. Co jsou morfologické operace? Navrhněte postup, jak vyplnit mezery pouze kratší než 1s v obdélníkovém signálu.

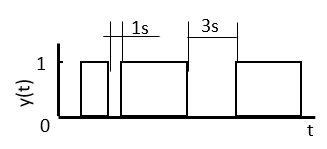


Dilatace: rozšíření do okolí

Eroze: smrsknutí

Postup zaplnění mezer: dilatace o 0.5 s, poté eroze o 0.5 s





**Otázky k opakování: Jasové a geometrické transformace**

1. Jak z barevného obrázku uděláme černobílý (šedoškálový).

Jasová hodnota černobílého obrazu je průměrem červené, zelené a modré vrstvy.

mean(image,3)

1. Vyjmenujte alespoň čtyři jasové transformace a uveďte postup výpočtu.

inverze (negativ): 1-image (normalizovaně 0-100%), 255-image (uint8)

prahování (black and white): image>práh, image<práh, k-means segmentace

úprava jasu: image +/- jas a následná ořez mimo interval 0-1 (0-255)

úprava kontrastu: a\*image+b, a>1 (zvýšení), a<1 (snížení), b=0.5(1-a);

gama korekce: imagegamma

ekvalizace histogramu: převodní charakteristika == kumulativní distribuční funkci

redukce barev: rovnoměrná, k-means

1. Co a k čemu je ekvalizace histogramu? Napište postup v MATLAB pseudokódu.

Ekvalizace histogramu je jasová úprava k maximálnímu využití dynamického rozsahu obrázku ve prospěch řastěji se vyskytujících intenzit. Po ekvalizaci dochází k rovnoměrnějšímu využití jasových hodnot.

H=hist(image(:),256); % image v jasové škále 0-1

CDF=cumsum(H)/sum(H);

image\_new=CDF(round(255\*image+1));

1. Určete správné pořadí kroků v algoritmu k-menas.
2. iterace pro aktualizaci těžišť
3. zastavení při nalezení centroidů
4. inicializace těžiště každé třídy
5. definice počtu hledaných tříd
6. přiřazení prvků k těžišti dle minimální vzdálenosti
7. aktualizace těžiště jako průměr prvků ve třídě

d, c, e, f, a, b

1. Vyjmenujte základní operace afinní transformace.

zrcadlení

změna měřítka

posun

zkosení

rotace